
ANALISIS KESULITAN PEMBUKTIAN MATEMATIS PADA MATERI TEORI HIMPUNAN DARI SUDUT PANDANG NEUROSAINS

Maria Marfiani Tapo¹, Marcellinus Andy Rudhito^{2*}

^{1,2} S2 Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Sanata Dharma
marnyytappo@gmail.com, arudhito@gmail.com

ABSTRAK

Transisi dari pembelajaran matematika di sekolah menengah ke perguruan tinggi sering kali menjadi tantangan bagi mahasiswa, terutama dalam memahami pembuktian matematis, yang menuntut keterampilan logis, pemahaman konsep, serta kemampuan kognitif yang melibatkan berbagai proses di otak. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kesalahan – kesalahan apa saja yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian matematis terkhususnya pada materi teori himpunan menurut sudut pandang neurosains. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian deduktif kualitatif. Subjek penelitian yaitu 22 mahasiswa S1 Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma. Instrumen yang digunakan adalah tes yang terdiri dari 2 soal tes pembuktian himpunan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam pembuktian matematis pada materi teori himpunan. Kesalahan-kesalahan utama yang diidentifikasi diantaranya: 1) mahasiswa sering terjebak dalam manipulasi aljabar yang salah karena kurangnya pemahaman konsep dasar, yang menurut neurosains berkaitan dengan keterbatasan memori kerja di *prefrontal cortex*, yang mengelola informasi abstrak dan logika formal. 2) Kesalahan juga muncul dalam representasi visual, seperti pada diagram Venn yang tidak tepat, karena masalah integrasi visual dan abstrak yang melibatkan jalur *parietal-oksipital*, yang penting dalam memproses informasi spasial dan konsep abstrak. 3) Selain itu, mahasiswa jarang memberikan ilustrasi contoh konkret, yang menunjukkan kurangnya pemanfaatan kemampuan visualisasi yang melibatkan jalur *ventral visual cortex* untuk menghubungkan konsep abstrak dengan contoh nyata.

Kata Kunci: Kesulitan, Pembuktian Matematis, Neurosains

ABSTRACT

The transition from learning mathematics in high school to college is often a challenge for students, especially in understanding mathematical proofs, which demand logical skills, concept understanding, and cognitive abilities that involve various processes in the brain. This research aims to find out what mistakes are made by students in solving mathematical proof problems, especially in set theory material from a neuroscience point of view. The research method used is qualitative deductive research. The research subjects were 22 undergraduate students of Mathematics Education of Sanata Dharma University. The instrument used was a test consisting of 2 set proof test questions. The results showed that students had difficulty in mathematical proof on set theory material. The main errors identified include: 1) students are often trapped in incorrect algebraic manipulations due to lack of understanding of basic concepts, which according to neuroscience is related to limited working memory in the prefrontal cortex, which manages abstract information and formal logic. 2) Errors also arise in visual representations, such as in improper Venn diagrams, due to visual and abstract integration issues involving the parietal-occipital pathway, which is important in processing spatial information and abstract concepts. 3)

In addition, students rarely illustrate concrete examples, which shows the underutilization of visualization ability involving the ventral visual cortex pathway to connect abstract concepts with real examples.

Keywords: *Difficulties, Mathematical Proof, Neuroscience*

A. PENDAHULUAN

Transisi dari pembelajaran matematika di sekolah menengah ke perguruan tinggi seringkali merupakan tantangan besar bagi banyak mahasiswa. Matematika di perguruan tinggi sering dianggap lebih kompleks dan sulit, terutama dalam hal pembuktian. Bukti adalah serangkaian tindakan logis yang menghubungkan asumsi yang dianggap benar ke suatu kesimpulan yang dapat diterima. Bukti matematika terdiri dari serangkaian argumen logis yang menjelaskan dan membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan (Nurrahmah & Karim, 2018). Menurut Gabdrakhmanova et al. (2020) matematika berfungsi sebagai bahasa simbolik yang mendukung komunikasi non-verbal serta pengembangan pengetahuan. Sementara itu, pembuktian tidak hanya berperan dalam menunjukkan kebenaran, tetapi juga dalam menjelaskan dan memperdalam pemahaman terhadap teorema yang dibuktikan (Poggiolesi, 2024). Dalam beberapa dekade terakhir, pembuktian matematis semakin mendapat perhatian dalam pembelajaran matematika. Hal ini disebabkan oleh meningkatnya kesadaran akan pentingnya penalaran dan pemikiran logis bagi seluruh siswa di berbagai jenjang pendidikan, termasuk perguruan tinggi, serta peran esensial yang dimainkan pembuktian dalam pengajaran dan pembelajaran matematika (Ko & Rose, 2022).

Mahasiswa semester satu merupakan masa peralihan dari pembelajaran matematika yang lebih praktis menuju pembelajaran yang lebih teoritis dan abstrak. Logika dan Teori Himpunan adalah mata kuliah yang wajib ditempuh mahasiswa semester satu Universitas Sanata Dharma. Ruang lingkup mata kuliah ini mencakup pembahasan mengenai logika matematika dan teori himpunan. Teori himpunan adalah cabang matematika yang membahas tentang himpunan, yaitu kumpulan objek yang memiliki sifat atau karakteristik tertentu (Nur Anisah et al., 2025). Dalam pembelajaran matematika, tidak luput dari mempelajari bukti-bukti matematis, atau terkadang suatu konsep perlu dibuktikan kebenarannya, begitupun dalam materi teori himpunan, misalnya pernyataan – pernyataan himpunan yang membutuhkan pembuktian kebenarannya, untuk membangun fondasi matematika yang kuat, meningkatkan pemahaman konsep, dan mendorong perkembangan matematika lebih lanjut. Sehingga, kemampuan pembuktian matematis sangat diperlukan dalam mempelajari mata kuliah ini khususnya materi Teori Himpunan. Namun, seperti yang kita ketahui, kemampuan matematika setiap mahasiswa unik, dengan siswa dengan kemampuan matematika sedang, tinggi, dan rendah. Sehingga, pendidik harus memahami perbedaan ini.

Kesalahan penyelesaian soal dapat menunjukkan bahwa siswa menghadapi kesulitan dalam memecahkan masalah atau menyelesaikan soal matematika. Menurut Lerner (dalam Oktavia & Khotimah, 2016) kesulitan belajar matematika disebut juga diskalkulia (*dyscalculis*). Secara medis, istilah diskalkulia dikaitkan dengan gangguan sistem saraf pusat. Hasil penelitian Tarzimah Tambychika and Thamby Subahan Mohd Meerah (dalam Reflina, 2020) diperoleh responden kekurangan dalam banyak keterampilan matematika seperti nomor - fakta, keterampilan visual-spasial dan informasi. Kastolan (dalam Anugrahana, 2020) membagi jenis kesalahan menjadi dua, yaitu kesalahan konsep dan kesalahan prosedural. Kesalahan konsep adalah kesalahan siswa dalam menafsirkan istilah, konsep, dan prinsip, atau salah dalam menggunakannya. Sedangkan kesalahan prosedural adalah kesalahan dalam menyusun langkah-langkah hirarkis dan sistematis untuk menjawab soal.

Menurut Lerner (dalam Abdurahman, 2012) ada beberapa karakteristik anak berkesulitan belajar matematika, yaitu: (1) adanya gangguan dan hubungan keruangan, (2) abnormalitas persepsi visual, (3) asosiasi visual-motor, (4) pesevarasi, (5) kesulitan mengenal dan memahami simbol, (6) gangguan penghayatan tubuh, (7) kesulitan dalam bahasa dan membaca, dan (8) performance IQ jauh lebih rendah daripada skor verbal IQ. Lestari (dalam Reflina, 2020) menyatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip dan teorema. Hasil kajian sebelumnya tentang kesulitan - kesulitan yang dihadapi mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti matematis sangat penting (Perbowo & Pradipta, 2017). Knuth (dalam Reflina, 2020) menyatakan bahwa peranan pembuktian sangat sentral dalam pembelajaran matematika. Sejalan dengan, NCTM (2000) juga menyatakan bahwa pembuktian matematika merupakan salah satu aspek yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika. Oleh karena itu, kemampuan pembuktian matematis merupakan salah satu kemampuan yang harus dimiliki oleh mahasiswa pendidikan matematika.

Berdasarkan hasil pengamatan, khususnya pada materi teori himpunan umumnya mahasiswa mengalami kesulitan pembuktian dalam penyelesaian soal yang berkaitan dengan pembuktian pernyataan - pernyataan himpunan. Hal ini disebabkan oleh beberapa faktor diantaranya, mahasiswa masih kesulitan merancang alur pembuktian yang tepat, gambaran konsep yang dimiliki mahasiswa belum cukup untuk menyusun suatu pembuktian, belum memahami secara menyeluruh penggunaan notasi matematis dalam himpunan, relasi dan fungsi.

Kesulitan belajar matematika juga dikenal sebagai diskalkulia. Secara medis, istilah diskalkulia dikaitkan dengan gangguan sistem saraf pusat. Neurosains merupakan bidang pendidikan baru yang mempelajari tentang sistem kerja saraf. Neurosains merupakan satu bidang kajian mengenai sistem saraf yang ada di dalam otak manusia. Neurosains juga mengkaji

mengenai kesadaran dan kepekaan otak dari segi biologi, persepsi, ingatan, dan kaitannya dengan pembelajaran (Wijaya, 2018). Penelitian yang dilakukan (Arsalidou & Taylor, 2011) menunjukkan bahwa pemrosesan matematis mengaktifkan beberapa jaringan saraf tertentu di otak. Ini termasuk korteks prefrontal dorsolateral, yang terlibat dalam fungsi eksekutif dan pemecahan masalah, korteks parietal, yang terlibat dalam pemrosesan numerik dan spasial, serta area temporal dan oksipital, yang terlibat dalam visualisasi dan pengenalan pola.

Berdasarkan uraian di atas, diperlukan penelitian mengenai kesulitan pembuktian matematis mahasiswa untuk mengetahui kesalahan – kesalahan apa saja yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian matematis terkhususnya pada materi teori himpunan menurut sudut pandang neurosains.

B. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif. Penelitian ini dilaksanakan di Universitas Sanata Dharma, pada mata kuliah logika dan teori himpunan, terkhusus materi teori himpunan. Subjek penelitian dalam penelitian ini adalah, mahasiswa pendidikan matematika semester satu sebanyak 22 siswa. Penelitian ini menggunakan metode penelitian deduktif kualitatif. Menurut (Karim, 2017), penelitian deduktif adalah suatu metode untuk meneliti status kelompok manusia, objek, kondisi, sistem pemikiran, atau peristiwa pada masa sekarang. Tujuannya adalah untuk membuat deskripsi, gambaran, atau lukisan secara sistematis, faktual, dan akurat tentang fakta – fakta, sifat – sifat, serta hubungan antar fenomena yang diteliti. Dalam penelitian ini, peneliti ingin mengungkap kemampuan pembuktian matematis mahasiswa berdasarkan sudut pandang neurosains dalam Teori Himpunan. Menurut Saryono, Penelitian kualitatif merupakan penelitian yang digunakan untuk menyelidiki, menemukan, menggambarkan, dan menjelaskan kualitas atau keistimewaan dari pengaruh sosial yang tidak dapat dijelaskan, diukur atau digambarkan melalui pendekatan kuantitatif (Harahap, 2020:96). Penelitian kualitatif digunakan untuk memperoleh analisis data yang mendalam dan bermakna. Mendeskripsikan fenomena dilakukan dengan maksud adalah peneliti ingin mengungkapkan kesulitan pembuktian matematis mahasiswa menurut sudut pandang neurosains dalam materi teori himpunan.

Teknik pengumpulan yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu meliputi studi pustaka, dan dokumentasi. Studi pustaka digunakan untuk mengumpulkan berbagai informasi seperti indikator kemampuan pembuktian matematis, referensi buku, dan artikel ilmiah. Dokumentasi digunakan untuk memfoto soal dan hasil jawaban mahasiswa pada UAS tahun akademik 2023 / 2024 semester gasal. Teknik analisis data kesulitan pembuktian matematis mahasiswa yaitu dengan cara melihat kesulitan – kesulitan melalui kesalahan – kesalahan dalam mengerjakan soal, kemudian di analisis berdasarkan sudut pandang neurosains, penyebab kesulitan - kesulitan tersebut bisa terjadi.

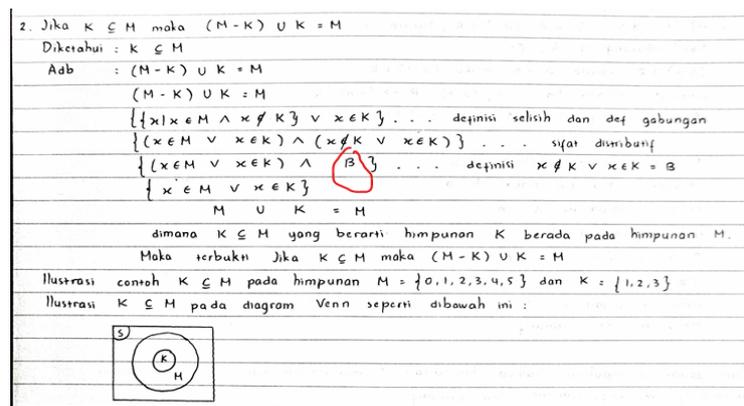
Tabel 1 Instrumen Tes

Indikator Soal	Soal Tes
Membuktikan pernyataan himpunan tertentu secara matematik/formal, diagram venn dan ilustrasi contoh himpunan tertentu	Berikan ilustrasi dengan contoh himpunan-himpunan tertentu dan Diagram Venn untuk pernyataan berikut: Jika $K \subseteq M$, maka $(M - K) \cup K = M$ Kemudian buktikan secara matematik/formal pernyataan di atas.
Membuktikan kesamaan dua himpunan dan ilustrasi contoh kesamaan dua himpunan	Berikan ilustrasi dengan contoh himpunan-himpunan tertentu untuk kesamaan himpunan berikut: $(K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)$ Kemudian buktikan secara matematik/formal untuk kesamaan himpunan di atas.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini akan dibahas dan dianalisis berdasarkan sudut pandang neurosains dan dipaparkan beberapa hasil untuk setiap subjek. Mahasiswa diberikan dua soal tentang himpunan tertentu dan kesamaan himpunan, kemudian mahasiswa diminta untuk membuktikan dengan ilustrasi contoh terlebih dahulu, selanjutnya baru melakukan pembuktian himpunan dan kesamaan dua himpunan secara matematik/formal dan juga khusus soal nomor 2 mahasiswa diminta untuk menggambar dalam bentuk diagram venn. Hasil jawaban mahasiswa menggambarkan kesulitan pembuktian matematis mahasiswa melalui kesalahan pada proses pembuktian dengan ilustrasi contoh, menggambar diagram venn dan pembuktian secara matematik/formal. Berdasarkan analisis hasil jawaban mahasiswa dari 22 mahasiswa, sebagian besar mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam pembuktian matematis. Kebanyakan mahasiswa cenderung lebih menyukai membuktikan dengan cara aljabar, dibandingkan dengan memberikan ilustrasi contoh, dan juga sebagian besar belum mampu merepresentasikan pernyataan ke dalam bentuk diagram venn dengan benar untuk soal nomor 2.

Adapun jawaban mahasiswa yang menjawab dengan ilustrasi contoh, diagram venn, dan pembuktian secara matematik/formal adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Jawaban Mahasiswa lengkap dan hampir tepat untuk soal no 2

Pada gambar 1, untuk mahasiswa yang telah memahami konsep dasar himpunan dan operasi himpunan seperti yang diminta dalam soal. Mahasiswa mampu menunjukkan bahwa jika $K \subseteq M$, maka $(M - K) \cup K = M$ dan memperjelasnya dengan contoh konkret dan diagram Venn. Namun, kesalahan dalam penggunaan simbol logika B tidak memiliki makna jelas atau definisi yang sesuai dalam konteks pembuktian tersebut, sehingga menunjukkan adanya kesulitan dalam menyusun pembuktian secara formal dan logis. Kesalahan mahasiswa dalam penggunaan simbol logika yang tidak memiliki makna jelas berhubungan dengan bagaimana otak memproses informasi matematika dan konsep abstrak. Teori neurosains mengatakan bahwa banyak area otak terlibat dalam proses memahami konsep abstrak seperti logika matematika, lobus frontal bertanggung jawab atas pengambilan keputusan dan pemikiran abstrak (Jailani & Ismunandar, 2022). Ketika mahasiswa tidak memiliki pemahaman yang mendalam tentang simbol-simbol yang digunakan, mereka mungkin tidak memiliki struktur mental yang memadai untuk mengaitkan simbol tersebut dengan konsep yang benar. Dalam buku yang berjudul "Cognitive Load Theory", Sweller, Ayres, dan Kalyuga (2011) menyatakan bahwa memori kerja manusia memiliki kapasitas yang terbatas, terutama dalam hal memproses informasi yang kompleks atau abstrak. Ketika siswa menghadapi simbol logika yang baru atau kurang dipahami, beban kognitif mereka meningkat, yang dapat menyebabkan kesalahan penggunaan simbol yang tidak sesuai konteks.

3. $(K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)$
 $(x \in K \wedge x \in L) \times M = (x \in K \wedge x \in M) \wedge (x \in L \wedge x \in M)$
 $((x \in K \wedge x \in L) \wedge x \in M) = (x \in K \wedge x \in M) \wedge (x \in L \wedge x \in M)$
 $((x \in K \wedge x \in L) \wedge x \in M) = ((x \in K \wedge x \in L) \wedge x \in M) \dots \dots \text{Idempoten}$

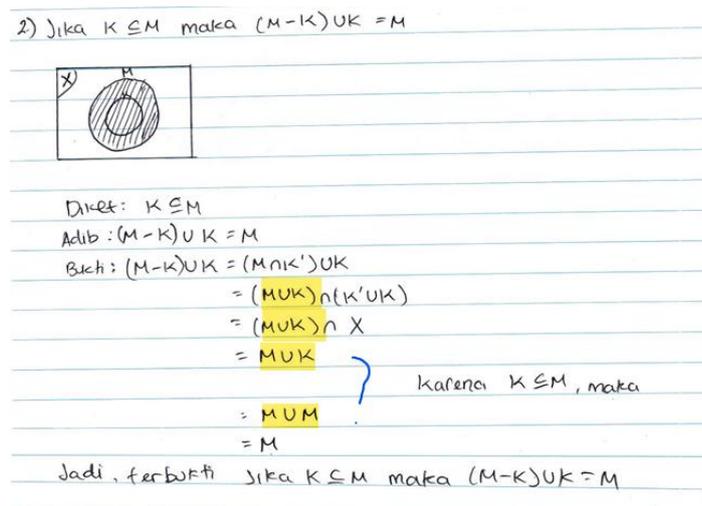
Ilustrasi
 $K : \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $L : \{0, 5, 6\}$
 $M : \{2, 9, 5, 6, 7\}$
 $K \cap L : \{5\}$
 $K \cap L \times M = \{(5, 2), (5, 9), (5, 5), (5, 6), (5, 7)\}$
 $K \times M = \{(1, 2), (1, 9), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 2), (2, 9), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 2), (3, 9), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 2), (4, 9), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 2), (5, 9), (5, 5), (5, 6), (5, 7)\}$
 $L \times M = \{(0, 2), (0, 9), (0, 5), (0, 6), (0, 7), (5, 2), (5, 9), (5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 2), (6, 9), (6, 5), (6, 6), (6, 7)\}$
 $K \times M \cap L \times M = \{(5, 2), (5, 9), (5, 5), (5, 6), (5, 7)\}$

Terbukti benar.

Gambar 2. Jawaban Mahasiswa lengkap dan tepat untuk soal no 3

Jawaban mahasiswa menunjukkan bahwa dia mampu memberikan ilustrasi contoh himpunan yang sesuai dengan persamaan yang diberikan. Mahasiswa dengan tepat memilih himpunan K, L dan M lalu secara sistematis menghitung operasi irisan dan perkalian Cartesius. Langkah berikutnya, mahasiswa melakukan pembuktian formal dengan benar, yaitu menunjukkan kesamaan antara kedua sisi persamaan yang diberikan dalam soal. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak hanya memahami konsep teori himpunan tetapi juga mampu menerapkan konsep tersebut dalam bentuk pembuktian matematis yang formal dan akurat. Kemampuan siswa

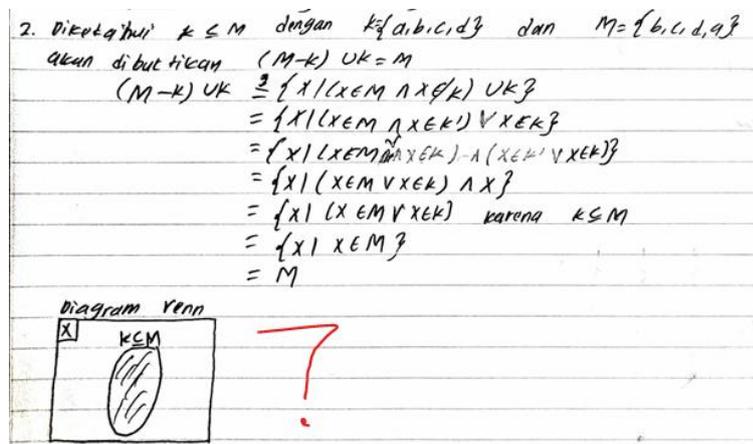
untuk menerapkan konsep-konsep teori himpunan dan melakukan pembuktian formal menunjukkan bahwa mereka telah mencapai tingkat pemahaman yang lebih tinggi, kemampuan ini mencerminkan aktivitas otak yang efektif dalam memproses informasi abstrak, memori kerja yang kuat, dan keterampilan pemecahan masalah yang optimal. Ini berarti bahwa konsep-konsep tersebut telah disimpan dalam memori jangka panjang dan dapat dengan mudah diakses dan diterapkan dalam situasi baru. Sejalan dengan (Nisa et al., 2023) yang mengatakan bahwa informasi dalam memori jangka panjang dapat diambil kembali ketika diperlukan untuk tugas atau masalah tertentu. Menurut teori neurosains, ini mencakup aktivasi area otak yang berkaitan dengan korteks prefrontal, yang bertanggung jawab atas pengorganisasian, perencanaan, dan pelaksanaan tugas kognitif yang kompleks (Fatwikiningsih, 2016).



Gambar 3. Jawaban mahasiswa dengan diagram venn benar dan secara aljabar kurang tepat

Pada jawaban mahasiswa di atas, terdapat kesalahan yang dilakukan pada langkah-langkah pembuktian yang tidak tepat dan penggunaan konsep yang tidak diperlukan. mahasiswa mencoba menggunakan aturan distribusi dalam himpunan dengan merubah $(M - K) \cup K$ menjadi bentuk $(M - K) \cap (K' \cup K)$ yang tidak relevan untuk pembuktian ini. Pendekatan yang benar seharusnya lebih sederhana, yaitu dengan langsung menyederhanakan $(M - K) \cup K$ menggunakan definisi dasar himpunan dan sifat bahwa $K \subseteq M$. Kesimpulan siswa bahwa $M \cup K = M$ adalah benar, namun langkah menuju kesimpulan tersebut tidak mengikuti proses logika yang benar dan konsisten dengan teori himpunan dasar. Kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa ini menunjukkan bahwa mereka belum mampu memahami dan menerapkan definisi dasar serta sifat-sifat fundamental dalam teori himpunan. Mahasiswa tampak kesulitan dalam menyederhanakan masalah dengan menggunakan konsep-konsep dasar, dan cenderung membuat pembuktian menjadi lebih rumit dari yang diperlukan. Selain itu, mahasiswa tampak tidak memberikan ilustrasi contoh, hal ini mungkin terjadi karena mahasiswa sering kali lebih fokus pada manipulasi simbolis atau aljabar dan formalitas pembuktian, sehingga mereka mungkin mengabaikan atau

tidak menyadari manfaat dari memberikan contoh spesifik untuk memudahkan pemahaman mereka. Kesalahan mahasiswa dalam menggunakan aturan distribusi yang tidak relevan dan kecenderungan mereka untuk berkonsentrasi pada manipulasi simbolis tanpa memahami konsep dasar menunjukkan bahwa tidak ada hubungan yang kuat antara ide dalam memori jangka panjang. Akibatnya, metode yang dipilih menjadi lebih kompleks dari yang diperlukan. Hal ini menunjukkan bahwa korteks prefrontal, yang bertanggung jawab atas penerapan dan pengorganisasian pengetahuan secara logis, tidak diaktifkan dengan baik. Sementara (Dehaene, 2020; Radiusman, 2020) menyatakan bahwa pemahaman konsep mendalam sangat penting untuk pembelajaran matematika. Sedangkan (NCTM, 2014) menyatakan seringkali mahasiswa kesulitan menyederhanakan masalah matematika jika mereka terlalu fokus pada manipulasi prosedural tanpa memahami konsepnya. Kesalahan ini menunjukkan aktivasi otak yang tidak memadai pada area seperti korteks prefrontal, yang bertanggung jawab atas pemikiran logis dan mengatur informasi (Yustikarini, 2024). Selain itu, Sweller (2020) menemukan bahwa *cognitive overload*, yang juga diproses di korteks prefrontal, dapat mengganggu kemampuan siswa untuk menerapkan pengetahuan dasar dengan benar.



Gambar 4. Jawaban mahasiswa dengan diagram venn salah dan secara aljabar tepat

Mahasiswa mampu membuktikan secara aljabar bahwa $(M - K) \cup K = M$, namun membuat kesalahan pada diagram Venn dengan menggambarkan K dan M beririsan, bukan $K \subseteq M$. Selain itu, mahasiswa tidak menggunakan ilustrasi contoh konkret seperti yang diminta, menunjukkan kecenderungan untuk mengandalkan metode simbolik dan formal tanpa menghubungkannya dengan contoh nyata. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa, seperti menggambarkan diagram Venn yang tidak sesuai dengan konsep $K \subseteq M$, bisa dijelaskan melalui teori neurosains terkait dominasi penggunaan proses simbolik daripada pemahaman spasial atau visual. Mahasiswa cenderung lebih fokus pada manipulasi simbolis dan prosedural karena keterlibatan tinggi dari korteks prefrontal, yang bertanggung jawab atas pemecahan masalah dan logika formal. Korteks prefrontal juga berperan dalam perencanaan dan pengorganisasian informasi abstrak (Badu et al.,

2021). Kesalahan mahasiswa dalam mengandalkan simbol formal seperti operasi himpunan tanpa memahami konsep visual yang lebih konkret bisa dikaitkan dengan proses otak pada jalur parietal-oksipital. Jalur ini berperan dalam integrasi informasi visual dan spasial yang penting untuk pemahaman konsep abstrak (Hebart & Hesselmann, 2012). Jika integrasi ini tidak dilakukan dengan baik, siswa cenderung hanya fokus pada manipulasi aljabar tanpa memahami makna konseptual yang sebenarnya. Selain itu, mahasiswa sering mengalami kesulitan ketika harus memadukan konsep visual dan abstrak hal ini berhubungan dengan korteks prefrontal, yang berperan dalam pengambilan keputusan dan pengorganisasian informasi (Badu et al., 2021), mungkin kurang diaktifkan saat mahasiswa mengabaikan contoh konkret.

2. $\{1, 2, 3, 4, 5\}^M$ maka $\{1, 2, 3\}^{M-K} \cup \{1, 2, 3\}^K = \{1, 2, 3, 4, 5\}^M$

Jika $K \subseteq M$ maka $(M-K) \cup K = M$

Misalkan $K \subseteq M$ untuk sembarang a berlaku: x

$a \in K \Rightarrow a \in M \Rightarrow a \in M \Rightarrow a \in K$

$a \notin M \Rightarrow a \notin K$

Misalkan $(M-K) \cup K = M$, untuk sembarang a berlaku

$a \in M \wedge a \in K \vee a \in K \Leftrightarrow M \exists a \in M \Leftrightarrow (a \in M \vee a \in K) \wedge a \in K$

Sekarang, ambil sembarang $a \in K$, mendapatkan disubstitusikan di pernyataan $a \in K \Rightarrow a \in M$

maka $a \in M$ dari silogisme dijumpai $(a \in M \wedge a \in K)$ menjadi $a \in M \Rightarrow a \in K$

dan $\cup a \in K$ maka $a \in M$ karena $a \in K \subseteq a \in M$

Jadi dari pernyataan disamping terbukti jika $K \subseteq M$ maka $(M-K) \cup K = M$

Gambar 5. Jawaban mahasiswa dengan ilustrasi contoh benar dan secara aljabar tidak tepat

Dalam jawaban di atas, mahasiswa menggunakan ilustrasi konkret dengan benar, menunjukkan bahwa $K \subseteq M$ menggunakan contoh numerik. Namun, kesalahan terjadi pada pembuktian aljabar, di mana langkah-langkah logika yang digunakan kurang jelas dan tidak sepenuhnya mendukung kesimpulan bahwa $(M - K) \cup K = M$. Tidak adanya diagram Venn juga menunjukkan bahwa mahasiswa mungkin tidak sepenuhnya memahami pentingnya representasi visual dalam memvalidasi hubungan himpunan. Mahasiswa cenderung nyaman dengan contoh konkret tetapi kesulitan menerjemahkannya ke dalam pembuktian formal yang lebih abstrak. Kesalahan mahasiswa dalam menerjemahkan contoh konkret menjadi pembuktian formal menunjukkan kesenjangan antara pemrosesan informasi visual dan abstrak. Dalam neurosains, ini bisa dijelaskan melalui ketidakseimbangan antara jalur visual ventral dan dorsal di otak. Jalur ventral mengolah informasi visual konkret, sedangkan jalur dorsal lebih berperan dalam pemahaman abstrak dan spasial (Wilcox et al., 2022). Ketidakseimbangan ini dapat mengakibatkan kesulitan dalam menerjemahkan pemahaman konkret ke dalam pembuktian formal. Hal ini didukung oleh (Kravitz et al., 2013) penelitian yang menegaskan pentingnya kedua jalur ini dalam pemahaman konsep abstrak.

2. Contoh himpunan
 K = himpunan bangun datar trapesium
 M = himpunan bangun segiempat.

Diagram Venn

Diketahui : $K \subseteq M$
 d.t.l : $\forall x (x \in K \Rightarrow x \in M)$

Adib : $(M - K) \cup K = M$

Penyelesaian :

Misalkan $x \in K \Rightarrow x \in M$ artinya $x \notin K \vee x \in M$
 Ambil sebarang $x \in K$, dengan silogisme disjungsi didapat
 $x \notin K \vee x \in M$
 $x \in K$
 $\therefore x \in M \dots \textcircled{1}$

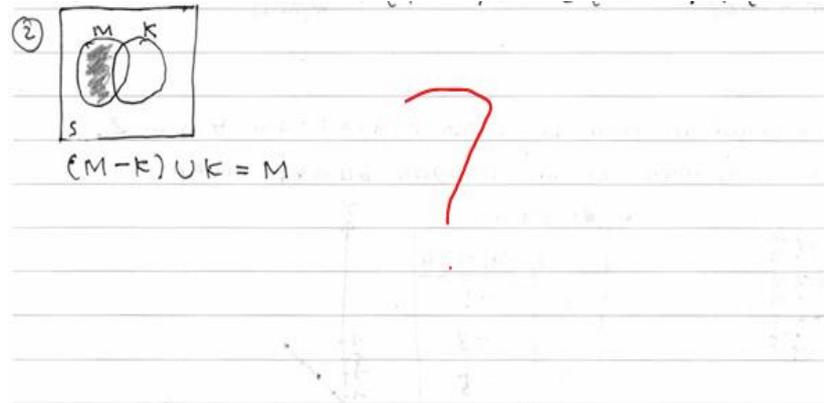
Kemudian dengan Modus Tollens $x \in K \Rightarrow x \in M$
 $x \in M$
 $\therefore x \notin K \dots \textcircled{2}$

Dengan kaidah konjungsi, didapat $\textcircled{1}$ dan $\textcircled{2}$ atau $x \in M \wedge x \notin K$
 artinya $M - K$
 Ambil sebarang $x \in K$, dengan menggunakan adisi didapat $(M - K) \cup K$
 atau $(M - K) \cup K$
 Karena K adalah himpunan bagian M , maka didapat
 ditulis $(M - K) \cup K = M$

Gambar 6. Jawaban mahasiswa dengan diagram venn salah dan secara aljabar tidak tepat

Jawaban mahasiswa menunjukkan beberapa kesalahan mendasar, terutama dalam pemahaman konsep dan penggunaan representasi. Kesalahan pertama terlihat pada diagram Venn, di mana mahasiswa menggambarkan himpunan K dan M sebagai beririsan, padahal seharusnya $K \subseteq M$ harus berada sepenuhnya di dalam M . Hal ini bisa terjadi, karena mahasiswa lebih terbiasa atau sering menemukan bentuk diagram venn yang beririsan. Selain itu, dalam pembuktian aljabar, mahasiswa menggunakan pendekatan yang terlalu kompleks dengan silogisme disjuntif dan modus tollens yang tidak relevan, padahal pembuktian bisa lebih sederhana dengan menggunakan definisi dasar himpunan. Misalkan mahasiswa menyatakan $x \in K \Rightarrow x \in M$ dan kemudian membahas tentang negasi dari elemen x tidak berada di K tetapi berada di M . Langkah-langkah ini tidak diperlukan karena sifat dasar $K \subseteq M$ sudah mencakup bahwa setiap elemen di K pasti ada di M . Meskipun kesimpulan akhir mereka benar, langkah-langkah menuju kesimpulan tersebut tidak konsisten dan tidak jelas. Mahasiswa juga tidak memberikan ilustrasi contoh konkret seperti yang diminta dalam soal, yang mengindikasikan ketidakmampuan dalam menghubungkan konsep abstrak dengan contoh nyata. Keseluruhan kesalahan ini menunjukkan bahwa mahasiswa cenderung terjebak dalam manipulasi aljabar yang tidak perlu dan kesulitan dalam menggunakan representasi visual dan contoh konkret. Ini menunjukkan bahwa meskipun mereka memiliki pemahaman tentang manipulasi simbolik, mereka mungkin kurang dalam fleksibilitas kognitif untuk menerapkan konsep dalam berbagai bentuk representasi, baik visual maupun melalui contoh nyata. Kesalahan mahasiswa dalam menggunakan diagram Venn dan pembuktian aljabar yang terlalu rumit dapat dijelaskan melalui neurosains sebagai kurangnya fleksibilitas dalam integrasi informasi visual dan simbolis. Menurut teori neurosains, pemrosesan visual dan abstrak

melibatkan jalur dorsoventral di otak (Amthor, 2023). Ketika siswa terjebak dalam manipulasi aljabar tanpa pemahaman konsep dasar, berarti jalur ini tidak bekerja secara optimal. Hal ini menyebabkan kesalahan dalam representasi diagram dan pemahaman konsep abstrak, dalam penelitian (Innes-Brown et al., 2013) tentang multisensori dan pemrosesan visual-spasial.



Gambar 7. Jawaban mahasiswa dengan diagram venn salah

Ada mahasiswa yang hanya memberikan representasi menggunakan diagram Venn dan tidak melanjutkan dengan pembuktian formal. Diagram Venn yang ditunjukkan juga kurang tepat karena menggambarkan himpunan K dan M yang beririsan. Selain itu, tidak ada ilustrasi contoh konkret yang disajikan untuk mendukung pemahaman konsep yang lebih mendalam. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa mungkin kurang memahami bagaimana cara memvisualisasikan dan membuktikan hubungan antarhimpunan secara benar, dan lebih cenderung menggunakan visualisasi yang tidak tepat tanpa mengecek kesesuaian dengan definisi matematika yang ada. Kecenderungan untuk hanya menggunakan visualisasi tanpa pemahaman konseptual mendalam mengindikasikan adanya masalah dalam menghubungkan representasi visual dengan pemahaman abstrak. Hal ini dapat terjadi karena otak mahasiswa mungkin lebih nyaman memproses informasi visual (melalui jalur visual di otak) tanpa cukup melibatkan proses kognitif yang lebih tinggi, seperti pemahaman formal dan aljabar yang diatur oleh korteks prefrontal (Monti et al., 2012). Kesalahan ini sering muncul ketika konsep abstrak tidak sepenuhnya dipahami dan diterapkan dalam konteks formal seperti pembuktian matematika. Sejalan dengan penelitian (Sweller et al., 2011) menunjukkan bahwa ketergantungan pada visualisasi tanpa pemahaman abstrak yang kuat dapat menghambat kemampuan siswa untuk menyelesaikan masalah yang lebih kompleks.

3. $(K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)$
 Akan dibuktikan : $(K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)$
 Pembuktian :
 $(K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)$
 $= \{ (x, y) \mid x \in K \wedge y \in M \wedge (x, y) \mid x \in L \wedge y \in M \}$
 $= \{ (x, y) \mid y \in M \wedge (x \in K \wedge x \in L) \}$
 $= M \times (K \cap L)$
 Kesimpulan : Jadi, terbukti bahwa $(K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)$.
 Contoh himpunan :

Gambar 8. Jawaban mahasiswa untuk pembuktian secara matematik salah

Jawaban mahasiswa dalam pembuktian aljabar pada gambar 8 mengandung kesalahan mendasar, terutama dalam penulisan notasi dan langkah pembuktian yang tidak sesuai. Mahasiswa mencoba membuktikan kesamaan dua himpunan tanpa memberikan ilustrasi contoh himpunan seperti yang diminta pada soal. Kesalahan utama terlihat pada tahap penyederhanaan, di mana notasi himpunan hasil kali Cartesius yang digunakan tidak konsisten dan tidak mengarah pada kesamaan yang diminta. Mahasiswa mungkin kesulitan memahami konsep dasar operasi himpunan dan kesamaan antara himpunan Cartesius serta kurang teliti dalam penggunaan notasi himpunan. Penyebab utama kesalahan ini bisa jadi karena kurangnya pemahaman mendalam tentang sifat-sifat operasi himpunan dan penerapan notasi yang benar. Kesalahan mahasiswa dalam menggunakan notasi aljabar dan menyederhanakan operasi himpunan kemungkinan besar berkaitan dengan ketidakmampuan mereka mengintegrasikan konsep abstrak ke dalam pemecahan masalah formal. Menurut neurosains, pemahaman formal dan aljabar melibatkan aktivitas di korteks prefrontal, yang bertanggung jawab untuk pengelolaan memori kerja dan penalaran abstrak (Fatwikingasih, 2016). Ketika mahasiswa terlalu fokus pada notasi simbolis tanpa pemahaman yang mendalam tentang konsep, jalur dorsolateral mungkin tidak teraktivasi dengan optimal. Jalur ini penting untuk menjaga perhatian terhadap detail dan ketepatan simbolik (Wilcox et al., 2022). Sejalan dengan penelitian (Monti et al., 2012), prefrontal cortex memainkan peran sentral dalam pemecahan masalah aljabar dan formalisasi logika, yang jika terganggu, dapat menyebabkan kesalahan logis dan notasi yang salah.

$$\begin{aligned}
3. \quad & K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\
& L = \{2, 4, 6, 8, 10\} \\
& M = \{2, 3, 5, 7\} \\
& (K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M) \\
& \{2, 4, 6, 8, 10\} \times \{2, 3, 5, 7\} = \{[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] \times \{2, 3, 5, 7\}\} \cap \{[2, 4, 6, 8, 10] \times \{2, 3, 5, 7\}\} \\
& \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\} \times \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\} \\
& \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\} \times \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\} \\
& \text{Jadi terbukti } (K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Adiso } (K \cap L) \times M = (K \times M) \cap (L \times M) \\
& (K \cap L) \times M \\
& \Leftrightarrow (K \cap L) \times M \\
& \Leftrightarrow (K \times M) \cap (L \times M) \\
& \Leftrightarrow (K \times M) \cap (L \times M)
\end{aligned}$$

Gambar 9. Jawaban mahasiswa dengan salah

Mahasiswa mengalami kesulitan dalam menerapkan konsep perkalian himpunan dan pembuktian formal untuk menunjukkan kesamaan dua himpunan. Dalam contoh yang diberikan, mahasiswa salah memahami perkalian himpunan, di mana seharusnya hasil dari perkalian dua himpunan A dan B adalah himpunan pasangan terurut dengan elemen pertama dari A dan elemen kedua dari B . Namun, mahasiswa tidak membentuk pasangan terurut ini dengan benar, dan hanya menyusun elemen-elemen secara acak tanpa aturan yang tepat. Selain itu, dalam pembuktian formal, mahasiswa hanya menulis beberapa langkah awal tanpa menyelesaikan alur logika yang diperlukan untuk membuktikan kesamaan himpunan, yaitu dengan menunjukkan bahwa setiap elemen di satu himpunan terdapat di himpunan lain dan sebaliknya. Kesulitan ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih kurang dalam keterampilan logika dan pemahaman konsep dasar dalam pembuktian matematika, serta lebih nyaman dengan manipulasi aljabar tanpa benar-benar memahami konsep yang mendasarinya. Kesulitan mahasiswa dalam menerapkan konsep perkalian himpunan dan melakukan pembuktian formal dapat dijelaskan melalui teori neurosains terkait keterlibatan prefrontal cortex, terutama dalam fungsi eksekutif seperti pemecahan masalah dan perencanaan. Area ini berperan penting dalam pengolahan informasi abstrak, logika, dan penyelesaian masalah (Fatwikiningsih, 2016). Ketika fungsi ini tidak optimal, mahasiswa mungkin cenderung menggunakan manipulasi aljabar secara mekanis tanpa memahami konsep di baliknya. Selain itu, kesalahan dalam menjabarkan konsep seperti pasangan terurut juga dapat disebabkan oleh keterbatasan pada pemrosesan memori kerja.

Mahasiswa cenderung lebih suka membuktikan pernyataan himpunan secara aljabar daripada menggunakan ilustrasi contoh, meskipun ilustrasi sebenarnya lebih mudah dipahami dan logis. Namun, banyak dari mereka masih melakukan kesalahan mendasar, seperti dalam menggambar diagram Venn yang seringkali salah karena selalu menggambarkan irisan, padahal pernyataannya bukan tentang irisan. Selain itu, meskipun mereka lebih memilih pendekatan aljabar, kesalahan

tetap terjadi, terutama dalam notasi, definisi, dan konsep dasar himpunan. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa mungkin lebih fokus pada manipulasi simbolik dan terjebak dalam manipulasi aljabar tanpa memahami konsep secara mendalam.

D. PENUTUP

1. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, ditemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam pembuktian matematis pada materi teori himpunan dari sudut pandang neurosains. Kesalahan-kesalahan utama yang diidentifikasi diantaranya: 1) mahasiswa sering terjebak dalam manipulasi aljabar yang salah karena kurangnya pemahaman konsep dasar, yang menurut neurosains berkaitan dengan keterbatasan memori kerja di prefrontal cortex, yang mengelola informasi abstrak dan logika formal. 2) Kesalahan juga muncul dalam representasi visual, seperti pada diagram Venn yang tidak tepat, karena masalah integrasi visual dan abstrak yang melibatkan jalur parietal-oksipital, yang penting dalam memproses informasi spasial dan konsep abstrak. 3) Selain itu, mahasiswa jarang memberikan ilustrasi contoh konkret, yang menunjukkan kurangnya pemanfaatan kemampuan visualisasi yang melibatkan jalur ventral visual cortex untuk menghubungkan konsep abstrak dengan contoh nyata.

2. Saran

Pendidik disarankan untuk memperkuat pemahaman konsep dasar sebelum memperkenalkan manipulasi aljabar yang lebih kompleks, sehingga mahasiswa tidak terjebak dalam kesalahan prosedural. Mahasiswa perlu diberikan latihan dalam merepresentasi berbagai macam himpunan dalam diagram Venn untuk membantu mereka memvisualisasikan konsep-konsep abstrak dengan lebih jelas. Selain itu, dorong mahasiswa untuk menggunakan ilustrasi konkret yang dapat mengaitkan teori abstrak dengan contoh nyata, sehingga mereka lebih mudah memahami konsep. Mengintegrasikan metode pembelajaran visual dan simbolis secara bersamaan juga penting untuk memfasilitasi pemahaman yang lebih seimbang dan mendalam.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdurahman, M. (2012). *Anak Berkesulitan Belajar: Teori, Diagnosis dan Remediasinya*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Amthor, F. (2023). *Neuroscience For Dummies* (3rd ed.). John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
- Anugrahana, A. (2020). Analisis kesalahan matematika konsep operasi hitung bilangan bulat mahasiswa calon guru sekolah dasar. *Sigma*, 5(2), 91–99. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.53712/sigma.v5i2.791>
- Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is $2+2=4$? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage*, 54(3), 2382–2393. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.10.009>

- Badu, K. M., Sugiharto, S., & Hariyanto, E. (2021). Literatur Review: Aktivitas Fisik Dalam Pembelajaran Pendidikan Jasmani sebagai Stimulus Fungsi Kognitif Siswa. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 6(12), 1953. <https://doi.org/10.17977/jptpp.v6i12.15180>
- Dehaene, S. (2020). *How We Learn: Why Brains Learn Better Than Any Machine... for Now*. (1st ed.). Viking.
- Fatwikiningsih, N. (2016). Rehabilitasi Neuropsikologi Dalam Upaya Memperbaiki Defisit Executive Function (Fungsi Eksekutif) Klien Gangguan Mental. *Journal An-Nafs: Kajian Penelitian Psikologi*, 1(2), 320–335. <https://doi.org/10.33367/psi.v1i2.296>
- Gabdrakhmanova, K. F., Samigullina, L. Z., & Izmaylova, G. R. (2020). Mathematics and Philosophy. *Proceedings of the International Scientific Conference on Philosophy of Education, Law and Science in the Era of Globalization (PELSEG 2020)*. <https://doi.org/10.2991/assehr.k.200723.027>
- Harahap, N. (2020). *Penelitian kualitatif*. Wal ashri Publishing.
- Hebart, M. N., & Hesselmann, G. (2012). What Visual Information Is Processed in the Human Dorsal Stream? *Journal of Neuroscience*, 32(24), 8107–8109. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.1462-12.2012>
- Innes-Brown, H., Barutcu, A., & Crewther, D. P. (2013). Neural Responses in Parietal and Occipital Areas in Response to Visual Events Are Modulated by Prior Multisensory Stimuli. *PLoS ONE*, 8(12), e84331. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0084331>
- Jailani, M., & Ismunandar, I. (2022). Implementasi Higher Order Thingking berbasis Neurosain: Implikasinya terhadap Pendidikan Agama Islam. *POTENSIA: Jurnal Kependidikan Islam*, 8(2), 238–247. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.24014/potensia.v8i2.19619>
- Karim, A. (2017). Analisis Pendekatan Pembelajaran CTL (Contextual Teaching And Learning) Di SMPN 2 Teluk Jambe Timur, Karawang. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 7(2).
- Ko, Y.-Y., & Rose, M. K. (2022). Considering Proofs: Pre-Service Secondary Mathematics Teachers' Criteria for Self-Constructed and Student-Generated Arguments. *The Journal of Mathematical Behavior*, 68, 100999. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100999>
- Kravitz, D. J., Saleem, K. S., Baker, C. I., Ungerleider, L. G., & Mishkin, M. (2013). The ventral visual pathway: an expanded neural framework for the processing of object quality. *Trends in Cognitive Sciences*, 17(1), 26–49. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.10.011>
- Monti, M. M., Parsons, L. M., & Osherson, D. N. (2012). Thought Beyond Language. *Psychological Science*, 23(8), 914–922. <https://doi.org/10.1177/0956797612437427>
- NCTM. (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. VA : NCTM.
- NCTM. (2014). *Principles to actions: ensuring mathematical success for all*. Reston, VA : NCTM, National Council of Teachers of Mathematics, [2014] ©2014. <https://search.library.wisc.edu/catalog/9910196350802121>
- Nisa, Z., Azzahra, R. T., & Khotimah, S. K. (2023). Studi Analisis: Teori Pemrosesan Informasi dalam Pembelajaran PAI Berbasis HOTS. *Jurnal Ilmiah Dikdaya*, 13(2), 541. <https://doi.org/10.33087/dikdaya.v13i2.525>
- Nur Anisah, Nur Fadilah, Rinawati Tiflen, Rinawati Rumatoras, W. S. Yessi Gusman, & Prihaten Maskhuliah. (2025). Pendekatan Teori Himpunan untuk Memahami Hubungan Antar Komunitas Adat di Papua. *Katalis Pendidikan : Jurnal Ilmu Pendidikan Dan Matematika*, 2(1), 269–278. <https://doi.org/10.62383/katalis.v2i1.1254>
- Nurrahmah, A., & Karim, A. (2018). Analisis kemampuan pembuktian matematis pada matakuliah teori bilangan. *JURNAL E-DuMath*, 4(2), 21–29. <https://doi.org/https://doi.org/10.52657/je.v4i2.753>
- Oktavia, A., & Khotimah, R. P. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan persamaan differensial tingkat satu. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya*, 99–108.

-
- Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). Pemetaan kemampuan pembuktian matematis sebagai prasyarat mata kuliah analisis real mahasiswa pendidikan matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 81–90. <https://doi.org/https://doi.org/10.22236/KALAMATIKA.vol2no1.2017pp81-90>
- Poggiolosi, F. (2024). Mathematical Explanations: An Analysis Via Formal Proofs and Conceptual Complexity. *Philosophia Mathematica*, 32(2), 145–176. <https://doi.org/10.1093/philmat/nkad023>
- Radiusman, R. (2020). STUDI LITERASI: PEMAHAMAN KONSEP ANAK PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 6(1), 1. <https://doi.org/10.24853/fbc.6.1.1-8>
- Reflina, R. (2020). Kesulitan mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal pembuktian matematis pada mata kuliah geometri. *Jurnal Analisa*, 6(1), 80–90. <https://doi.org/https://doi.org/10.15575/ja.v6i1.6607>
- Sweller, J. (2020). Cognitive load theory and educational technology. *Educational Technology Research and Development*, 68(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11423-019-09701-3>
- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4>
- Wijaya, H. (2018). Pendidikan Neurosains Dan Implikasinya Dalam Pendidikan Masa Kini. In *Sekolah Tinggi Theologia Jaffray*. Sekolah Tinggi Theologia Jaffray.
- Wilcox, G., MacMaster, F. P., & Makarenko, E. (2022). *Cognitive Neuroscience Foundations for School Psychologists*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003088806>
- Yustikarini, R. (2024). Curriculum design to improve adolescent social-emotional skills. *Inovasi Kurikulum*, 21(1), 191–202. <https://doi.org/10.17509/jik.v21i1.63495>
-