

ANALISIS MODEL SEIR (*SUSCEPTIBLE, EXPOSED, INFECTED, RECOVERED*) PADA PENYEBARAN PENYAKIT TIFUS DI KOTA MAKASSAR

Irwan, S.Si.,M.Si¹, Hikmawati Pathuddin, S.Pd.,M.Si², Nur Rizkynanda Auliyah Ahmad³

^{1,2,3} Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Irwan.msi@uin-alauddin.ac.id, hikmawati.pathuddin@uin-alauddin.ac.id,
nurrizkynandaa@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini berkaitan tentang penularan penyakit tifus di kota Makassar. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengetahui model penyebaran penyakit tifus dan kestabilan titik kesetimbangan dari model tersebut. Berdasarkan hasil penelitian, model penyebaran penyakit tifus yaitu $\frac{dS}{dt} = \alpha - (\beta I + \mu)S$, $\frac{dE}{dt} = \beta SI - (\varepsilon + \mu + \theta)E$, $\frac{dI}{dt} = \theta E - (\varepsilon + \mu + \gamma)I$, $\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R$. Hasil penelitian diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0 = (S, E, I, R) = (1.1, 0, 0, 0)$ adalah stabil dan titik kesetimbangan endemik penyakit $E_1 = (S, E, I, R) = (215.141, -27.217, -1.9433, -135.295)$ adalah stabil.

Kata kunci: Model SEIR, Penyakit Tifus

ABSTRACT

This research is related to the transmission of typhus in the city of Makassar. The purpose of this study is to determine the model of the spread of typhus and the stability of the equilibrium point of the model. Based on the results of the study, the model for the spread of typhus is $\frac{dS}{dt} = \alpha - (\beta I + \mu)S$, $\frac{dE}{dt} = \beta SI - (\varepsilon + \mu + \theta)E$, $\frac{dI}{dt} = \theta E - (\varepsilon + \mu + \gamma)I$, $\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R$. The results obtained that the disease-free equilibrium point $E_0 = (S, E, I, R) = (1.1, 0, 0, 0)$ is stable and the disease-endemic equilibrium point $E_1 = (S, E, I, R) = (215.141, -27.217, -1.9433, -135.295)$ is stable.

Keywords: SEIR Model, Thyphus

A. PENDAHULUAN

Penyakit menular cenderung mendapat perhatian lebih dari pemerintah disbanding dengan penyakit tidak menular. Salah satu penyakit menular yang tersebar di dunia yaitu penyakit tifus. Penyakit tifus adalah penyakit infeksi bakteri yang disebabkan oleh Salmonella Thypi (M. Jurkalnain, 2021). Saat ini tifus masih menjadi penyakit yang menyita banyak perhatian masyarakat maupun tenaga kesehatan. Bahkan terdapat 22 juta kasus pertahun di dunia dan mengakibatkan 216.000 – 600.000 kematian (Juwono R, 1984).

Di Indonesia sendiri penyakit tifus masih mendapat perhatian serius dari berbagai pihak karena mengancam kesehatan masyarakat dengan meningkatnya kasus terhadap obat yang digunakan sehingga menyulitkan upaya pengobatan serta pencegahan (KEMENKES, 2006). Salah satu kota di Sulawesi Selatan yang memiliki kasus terbanyak yaitu kota Makassar pada tahun 2016 – 2017 dilaporkan yang terjangkit penyakit sebanyak 112 kasus pada usia 12 – 25 tahun (Satriani Hadi, 2020).

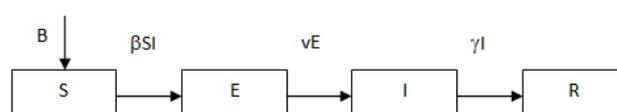
Melihat banyaknya penderita tifus, dan telah dilakukan berbagai upaya penanggulangan penyakit tersebut, maka sangat perlu untuk mengetahui penyebaran penyakit ini. Salah satu cara yang dapat digunakan adalah pemodelan matematika. Model SEIR dapat digunakan untuk mempersentasikan penyebaran penyakit tifus. Model SEIR adalah perkembangan dari model SIR dengan tambahan kompartemen E. Saat ini sudah banyak penelitian yang dilakukan dalam pemodelan matematika, baik itu Pemodelan matematika SIRI pada Penyebaran Penyakit Tifus di Sulawesi Selatan (S. Side, 2021), Model dan Simulasi SEIR untuk Penyakit Tifus (S. Side, 2021), Model Matematika SEIR Demam Kejang pada Bayi dibawah 5 tahun di kota Makassar (S. Side, 2021), Analisis Kestabilan Model SEIR Untuk Penyebaran Covid-19 Dengan Parameter Vaksinasi (Miftahul Jannah, 2021), Analisis Kestabilan Model SEIR Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Imunisasi dan Vaksin MR (Willyam DS, 2019), SEIR Model In Spread Disease (Nerli Khairani, 2022), Mathematical Model Of Tiphoid Fever Spread Using Saturated Incidence Rate (M. Julkarnain, 2021). Pada penelitian ini menjelaskan mengenai modifikasi model yang telah dilakukan oleh Side, dkk dimana model SEIR terdapat penambahan parameter pada kompartemen E yaitu parameter laju kematian karena penyakit.

B. TINJAUAN PUSTAKA

Model Epidemik SEIR

Model SEIR mendeskripsikan pola penyebaran penyakit pada populasi yang menyerang manusia. Secara garis besar model SEIR mendeskripsikan pola penyebaran penyakit dari kelompok individu *susceptible* sebagai *exposed* melalui hubungan langsung dengan individu *infected*. Selanjutnya individu *exposed* yang masa latennya sudah usai dapat menjadi *infected*. Sedangkan individu *infected* yang dapat bertahan terhadap penyakit akan sembuh dan memasuki kelompok *recovered*.

Bentuk diagram kompartemen model epidemik SEIR



Gambar 2.1 Diagram Model Epidemik SEIR

Sistem Persamaan Differensial

Persamaan diferensial ialah suatu Persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel terikat pada satu atau lebih variabel bebas. Adapun bentuk umum dari Persamaan diferensial adalah sebagai berikut :

$$x = f(x)$$

Persamaan differensial dapat dibagi menjadi dua yaitu biasa dan parsial (L. Perko, 2001).

Titik Keseimbangan dan Kestabilan

Titik kesetimbangan ialah titik yang tidak berubah terhadap waktu. Artinya pada saat $t = 1, 2, \dots, n$ nilai titik tersebut akan tetap dan tidak berubah. Misalkan suatu Persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut :

$$x = f(x), x \in R^n$$

Dimana titik $\bar{x} \in R^n$ dinamakan titik kesetimbangan dari Persamaan diatas jika terpenuhi $f(\bar{x}) = 0$.

Kestabilan titik kesetimbangan sistem Persamaan differensial baik linear maupun nonlinear dalam defenisi berikut :

Diberikan system Persamaan differensial orde pertama dan t, x_0

Adalah solusinya pada saat t dengan kondisi awal $x(0) = x_0$

1. Vector \bar{x} memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ dikatakan sebagai titik kesetimbangan.
2. Titik kesetimbangan \bar{x} dikatakan stabil jika diberikan $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ sedemikian sehingga jika $\|x_0 - \bar{x}\| < \delta$ (dengan $\|\cdot\|$ adalah norm pada R^n) maka $\|x(t, x_0) - \bar{x}\| < \varepsilon$ untuk $t \geq 0$.
3. Titik kesetimbangan stabil asimtotik jika titik-titik kesetimbangannya stabil dan terdapat $\delta_1 > 0$ sedemikian sehingga $\log_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0) - \bar{x}\| = 0$, asalkan $\|x_0 - \bar{x}\| < \delta_1$.

Titik kesetimbangan \bar{x} dikatakan tidak stabil bila titik kesetimbangannya tidak memenuhi point ke-2 (G.J. Olsder, 1994).

Bilangan Reproduksi Dasar

Angka reproduksi adalah angka yang menyatakan jumlah rata-rata individu efektif sekunder akibat tertularnya individu efektif primer yang terjadi pada populasi rentan.

Bilangan reproduksi dasar ialah parameter yang menentukan stabilitas yang diturunkan dari titik-titik kesetimbangan model dan di notasikan menggunakan simbol R_0 . Titik kritis R_0 berkisar satu, bila $R_0 < 1$ maka rata-rata populasi yang terinfeksi berkurang atau menghilang dari populasi. Jika $R_0 > 1$, maka infeksi akan membesar atau semakin tinggi di suatu populasi. Bilangan reproduksi dasar dapat diperoleh dengan menentukan nilai eigen dari matriks jacobian pada titik kesetimbangan bebas penyakit (John Giesecke, 1994).

Ada beberapa keadaan yang akan timbul yaitu: (Driessche dan Watmough, 2002).

1. Jika $R_0 < 1$, maka penyakit akan hilang.
2. Jika $R_0 = 1$, maka penyakit akan menetap
3. Jika $R_0 > 1$, maka penyakit akan mewabah.

Tifus

Demam tifus ialah suatu penyakit yang disebabkan oleh bakteri salmonella typhi. Penyebab penyakit ini yaitu kelompok bakteri salmonella yang masuk ke dalam tubuh penderita melalui saluran pencernaan. Adapun sumber utama penyakit ialah manusia yang selalu mengeluarkan mikroorganisme penyebab penyakit, baik pada saat menderita sakit maupun dalam masa penyembuhan (Soedarto, 1996).

Tifus merupakan penyakit infeksi sistemik dengan ilustrasi demam yang berlangsung lama, adanya bakteremia disertai peradangan yang dapat menyumbat usus dan organ hati. Tifus merupakan penyakit menular yang menyebar ke seluruh dunia dan masih menjadi masalah kesehatan terbesar di negara berkembang dan tropis seperti Asia Tenggara, Afrika dan Amerika Latin. Angka kejadian penyakit ini masih sangat tinggi serta diperkirakan mencapai 21 juta kasus dengan lebih dari 700 kasus berakhir dengan kematian.

Di Indonesia, kejadian tifus diperkirakan sekitar 300-810 kasus per 100.000 penduduk per tahun. Hal ini berkaitan dengan tingkat kebersihan individu, sanitasi lingkungan serta penyebaran kuman penyakit dari penderita tifus. Berdasarkan hasil kuesioner kesehatan rumah tangga tahun 1986 dinyatakan bahwa penyakit tifus menyebabkan 3% kematian dari seluruh kematian di Indonesia. Bakteri Salmonella typhi dapat menyebabkan penyakit yang parah di satu daerah tetapi hanya menimbulkan gejala penyakit yang ringan di daerah lain, ini berarti ada hubungan antara perbedaan daerah dengan tingkat keparahan penyakit (Yatnita Parama Cita, 2011).

C. METODE

Jenis penelitian ini adalah penelitian terapan yang digunakan untuk mengkaji penyakit tifus dengan jenis data adalah data sekunder dan sumber data adalah Dinas Kesehatan Kota Makassar dan Badan Pusat Statistika Kota Makassar. Langkah pertama adalah membangun model matematika berdasarkan asumsi-asumsi yang berkaitan dengan model SEIR berdasarkan karakteristik penyakit, kemudian akan terbentuk diagram dan model matematika yang membentuk persamaan differensial. Langkah selanjutnya yaitu, nilai reproduksi dasar lalu menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik dari model yang telah dibentuk sebelumnya dan menganalisis kestabilan titik kesetimbangan. Kemudian melakukan simulasi menggunakan program model SEIR dari nilai awal dan nilai parameter.

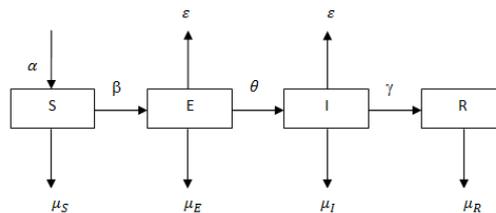
D. HASIL DAN PEMBAHASAN

Membangun Model SEIR

Asumsi-asumsi yang digunakan untuk model penyebaran penyakit tifus, yaitu:

1. Populasi penduduk terbuka.
2. Semua anak yang lahir diasumsikan masuk kedalam kelompok *Susceptible*.
3. Terdapat kelahiran dan kematian dalam populasi.
4. Penularan penyakit terjadi jika ada kontak langsung antara kelompok *Susceptible* dengan kelompok *Infected*.
5. Apabila dari kelompok *Susceptible* terdapat individu yang menunjukkan gejala terjangkit maka akan digolongkan kedalam kelompok *Exposed*.
6. Kelompok *Exposed* akan digolongkan kedalam kelompok *Infected* jika individu telah terinfeksi.
7. Kelompok *Infected* dapat menularkan penyakit kepada individu yang lain.
8. Individu dari kelompok *Infected* yang sembuh digolongkan kedalam kelompok *Recovered*.
9. Individu dari kelompok *Recovered* memiliki kekebalan tubuh sementara dan dapat digolongkan kembali kedalam kelompok *Susceptible*.
10. Pada kelompok *Exposed* dan *Infected* terdapat kematian karena penyakit.

Diagram model SEIR penyakit tifus



Gambar 4.1 Diagram Alur Model Penyebaran Penyakit Tifus

Berdasarkan asumsi dan gambar 4.1 maka model matematika yang terbentuk adalah:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha - (\beta I + \mu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - (\epsilon + \mu + \theta)E$$

$$\frac{dI}{dt} = \theta E - (\epsilon + \mu + \gamma)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R$$

Variabel dan parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Variabel dan Parameter

Variable	Keterangan
S	Jumlah individu rentan
E	Jumlah individu yang memiliki gejala infeksi
I	Jumlah individu yang telah terinfeksi
R	Jumlah individu sembuh
α	Laju kelahiran
β	Laju individu rentan ke individu exposed
θ	Laju individu terinfeksi
γ	Laju individu sembuh
μ_S	Laju kematian alami <i>Susceptible</i>
μ_E	Laju kematian alami <i>Exposed</i>
μ_I	Laju kematian alami <i>Infected</i>
μ_R	Laju kematian alami <i>Recovered</i>
ε	Laju kematian karena penyakit

Analisis Model SEIR untuk Penyebaran Penyakit Tifus

Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

yang menentukan stabilitas penyebaran penyakit. Dalam mencari nilai (R_0) dari penyebaran penyakit tifus menggunakan *matriks next generation* yang berdasar pada variabel *Exposed* dan *Infected*.

Berdasar persamaan variabel E dan I diperoleh:

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} 0 & \beta S \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ dan } \bar{V} = \begin{pmatrix} \varepsilon + \mu + \theta & 0 \\ -\theta & \varepsilon + \mu + \gamma \end{pmatrix}$$

Maka, $\bar{G} = \bar{F}\bar{V}^{-1}$

$$\bar{G} = \begin{pmatrix} \frac{\theta\beta S}{(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)} & \frac{\beta S}{\varepsilon + \mu + \gamma} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nilai reproduksi dasar (R_0) adalah nilai eigen terbesar dari \bar{G} dengan menggunakan rumus $|\lambda I - \bar{G}| = 0$, sehingga diperoleh nilai $\lambda_1 = \frac{\theta\beta S}{(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}$; $\lambda_2 = 0$.

Sehingga diperoleh nilai Reproduksi Dasar yaitu $R_0 = \frac{\theta\beta\alpha}{\mu(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}$

Titik kesetimbangan

Titik kesetimbangan pada model SEIR akan terjadi pada saat $(\frac{dS}{dt}, \frac{dE}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt}) = (0,0,0,0)$. Terdapat dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit atau E_0 dan titik kesetimbangan endemik atau E_1 . Titik kesetimbangan bebas penyakit diperoleh dengan

mengasumsikan $I = 0$ yang berarti tidak ada individu yang terinfeksi dan menularkan penyakit. Berdasarkan persamaan (4.1) diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0 = (S, E, I, R) = \left(\frac{\alpha}{\mu}, 0, 0, 0\right)$. Untuk mengetahui titik kesetimbangan endemik $E_1 = (S, E, I, R)$, dimana $S = \frac{(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}{\beta\theta}$, $E = \frac{\alpha\beta\theta - \mu(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}{\beta\theta(\varepsilon + \mu + \theta)}$, $I = \frac{\alpha\beta\theta - \mu(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}{\beta(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}$, $R = \frac{\alpha\beta\theta\gamma - \mu\gamma(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}{\beta\mu(\varepsilon + \mu + \theta)(\varepsilon + \mu + \gamma)}$.

Selain itu titik kesetimbangan endemik dapat dinyatakan dengan mensubstitusi nilai R_0 , sehingga diperoleh $E_1 = \frac{\alpha}{\mu R_0}, \frac{\alpha(R_0 - 1)}{R_0(\varepsilon + \mu + \theta)}, \frac{\mu(R_0 - 1)}{\beta}, \frac{\gamma\mu(R_0 - 1)}{\beta\mu}$.

Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Kestabilan titik kesetimbangan diperoleh dengan melakukan linearisasi pada persamaan (1) sehingga diperoleh matriks jacobian untuk kesetimbangan bebas penyakit.

$$JE_0 = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 \\ 0 & -(\varepsilon + \mu + \theta) & \frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 \\ 0 & \theta & -(\varepsilon + \mu + \gamma) & -\mu \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

Untuk mengetahui kestabilan E_0 dengan langkah mencari nilai eigen dari matriks JE_0 menggunakan rumus $|\lambda I - JE_0| = 0$ diperoleh:

$$\begin{vmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 \\ 0 & -(\varepsilon + \mu + \theta) & \frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 \\ 0 & \theta & -(\varepsilon + \mu + \gamma) & -\mu \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix} & \\ & = 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda + \mu & 0 & \frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 \\ 0 & \lambda + (\varepsilon + \mu + \theta) & -\frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 \\ 0 & -\theta & \lambda + (\varepsilon + \mu + \gamma) & \lambda + \mu \\ 0 & 0 & -\gamma & \lambda + \mu \end{bmatrix} = 0$$

Dengan menggunakan metode sarrus diperoleh nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ dan λ_4 bernilai negatif sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil.

Simulasi Model

Nilai awal untuk setiap variabel sebagai berikut:

Tabel Nilai Awal Variabel

Variabel	Nilai	Sumber
S	0,9975	Dinas Kesehatan
E	0,0014	Dinas Kesehatan
I	0,00055	Dinas Kesehatan
R	0,00053	Data Asumsi

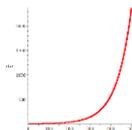
Simulasi menggunakan nilai parameter sebagai berikut:

Tabel Nilai Parameter

Parameter	Nilai	Sumber
α	0,0159	Dinas Kesehatan
β	0,0072	Dinas Kesehatan
μ	0,0140	BPS Kota Makassar
θ	0,0714	Data Asumsi
ε	0,0252	Dinas Kesehatan
γ	0,9747	Dinas Kesehatan

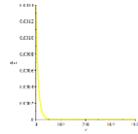
Berdasarkan nilai parameter pada tabel nilai parameter diperoleh nilai $R_0 = 0,0005 < 1$, yang berarti individu yang terinfeksi tifus tidak akan menularkan ke individu lain.

Dari hasil simulasi menggunakan aplikasi maple diperoleh grafik sebagai berikut:



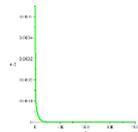
Gambar 4.2 Proporsi Populasi *Susceptible*

Pada gambar diatas menyatakan bahwa populasi *Susceptible* mengalami kenaikan setiap tahunnya dikarenakan adanya populasi terbuka atau kelahiran.



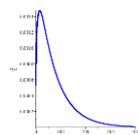
Gambar 4.3 Proporsi Populasi *Exposed*

Pada gambar diatas menyatakan bahwa populasi Exposed mengalami penurunan di tahun ke 50 sampai tahun berikutnya dengan seiring berjalannya waktu.



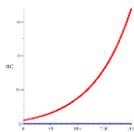
Gambar 4.4 Proporsi Populasi *Infected*

Pada gambar diatas menyatakan bahwa populasi Infected mengalami penurunan di setiap tahun dengan seiring berjalannya waktu.



Gambar 4.5 Proporsi Populasi *Recovered*

Pada gambar diatas menyatakan populasi Recovered mengalami kenaikan ditahun pertama tetapi pada tahun ke 10 mengalami penurunan hingga tahun-tahun berikutnya.



Gambar 4.6 Proporsi Populasi Model SEIR

Pada gambar diatas menyatakan bahwa populasi model SEIR menunjukkan bahwa populasi individu exposed, terinfeksi dan sembuh mendekati nol, sedangkan populasi rentan mengalami peningkatan setiap bulan. Hal ini menunjukkan bahwa penyakit tifus semakin lama akan menuju E_0 , maka seiring berjalannya waktu individu yang terinfeksi tifus akan hilang dari populasi.

Selanjutnya menentukan kestabilan titik kesetimbangan endemik dengan cara yang sama dengan titik kesetimbangan bebas penyakit. Sehingga diperoleh semua nilai eigen bernilai negatif sehingga titik kesetimbangan endemik bersifat stabil.

E. PENUTUP

1. Kesimpulan

Adapun kesimpulan dari hasil penelitian berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan sebelumnya adalah sebagai berikut:

1. Model penyebaran penyakit tifus menggunakan model SEIR sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = 0,0159 - (0,0072 I + 0,0140)S$$

$$\frac{dE}{dt} = 0,0072 SI - 0,1106 E$$

$$\frac{dI}{dt} = 0,0714 E - 1,0139 I$$

$$\frac{dR}{dt} = 0,9747 I - 0,0140 R$$

2. Diperoleh titik kesetimbangan dari model penyebaran penyakit tifus di kota makassar sebagai berikut:

- a. Titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_0 = (S, E, I, R) = (1,1,0,0,0)$$

Pada titik kesetimbangan bebas penyakit dimana variable Exposed dan Infected diasumsikan sama dengan 0 yang artinya penyakit yang akan diteliti beum dimasukkan pada persamaan bebas penyakit.

- b. Titik kesetimbangan endemik

$$E_1 = (S, E, I, R) = (215.141, -27.217, -1.9433, -135.295)$$

Pada persamaan endemik dimana hasil yang diperoleh setiap variable menunjukkan angka negatif yang dimana artinya populasi penyakit tifus berkurang atau tidak mewabah.

2. Saran

Pada penelitian ini dilakukan analisis serta simulasi model SEIR untuk penyebaran penyakit tifus, dimana model ini masih dapat dikembangkan dengan menambahkan variabel baru sehingga membentuk model baru seperti SVEIR dan lain sebagainya. Serta dapat diteliti lebih lanjut untuk upaya pencegahan penularan penyakit tifus.

DAFTAR PUSTAKA

- Driessche, P. Van den dan Watmough, James. 2002. *Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria For Compartmental Models Of Disease Transmission*, Mathematical Bioscience.
- DS, Willyam. 2019. *Analisis Kestabilan Model SEIR Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Imunisasi dan Vaksin MR*. Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi.
- Giesecke, John. 1994. *Modern Infectious Disease Epidemiology*. New York: Oxford University Press.
- Hadi, Satriani. 2020. *Karakteristik Penderita Demam Tifoid di RS Ibnu Sina Kota Makassar Tahun 2016-2017*. Universitas Muslim Indonesia: Makassar. 5(1).
- Jannah, Miftahul. 2021. *Analisis Kestabilan Model SEIR Untuk penyebaran Covid-19 Dengan Parameter Vaksinasi*. BAREKING: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan.
- Julkarnain, M. 2021. *Mathematical Model Of Tiphoid Fever Spread Using Saturated Incidence Rate*. AdMathEdu. 11(2)
- Julkarnain, M. 2021. *Model Penyebaran Penyakit Tipes Dengan Saturated Incidence Rate*. Journal : AdMathEdu. 11(2).
- Keputusan Menteri Kesehatan Nomor 365/MENKES/SK/V/2006 tentang Pedoman Pengendalian Demam Tifoid.
- Khairani, Nerli. 2022. *SEIR Model In Spread*. Jurnal Universitas Medan.
- Olsder, G.J. 1994. *Mathematical System Theory*. Belanda : Delft University of Technology.
- Parama Cita, Yatnita. 2011. *Bakteri Salmonella Typhi dan Demam Tifoid*. Stikes : Jakarta Timur. Vol 6 no 1.

- Perko, L. 2001. *Differential Equations and Dynamical System (3rd edition)* : New York : Springer
- R, Juwono. 1984. Demam Tifoid. Dalam: Soeparman, editor. *Ilmu Penyakit Dalam Jilid 1 Edisi ke 2*. Jakarta: Balai Penerbit FKUI.
- Soedarto. 1996. *Penyakit – Penyakit Infeksi di Indonesia*. Jakarta : Widya Medika.
- Side, S. 2021. *SEIR Mathematical Model of Seizure fever in Infants Under 5 Years Old in Makassar City*. Journal Physics: Conference Series.
- Side, S. 2021. *SEIR Model and Simulation for Typus Disease*. Journal of Physics: Conference Series.
- Side, S. 2021. *Pemodelan Matematika SIRI pada Penyebaran Penyakit Tifus di Sulawesi Selatan*. Journal of Mathematic. Vol 4 no 2.